

# Tout est explicite

Laurent Lyaudet

21 juillet 2013

## Résumé

Cette note sert à expliciter une équivalence importante pour comprendre ma thèse.

J'ai réalisé récemment qu'une équivalence très importante était nécessaire pour comprendre ma thèse. Je pensais que c'était quelque chose d'explicitement dit dans les livres de théorie de la complexité ou que ça faisait partie du folklore du domaine mais j'en doute de plus en plus.

Cette équivalence est la suivante : Un modèle de calcul et un problème c'est la même chose. Avoir un problème, c'est avoir un modèle de calcul et réciproquement.

- Je le savais déjà et je l'ai écrit là (Réponse A).
  - Je le savais déjà explicitement mais je ne l'ai pas écrit (Réponse B).
- Maintenant que tu le dis :
- c'est évident (Réponse C).
  - et après mûre réflexion, c'est évident (Réponse D).
  - ça ne m'apparaît toujours pas comme évident (Réponse Euh).

- Réponse A : menteur ! (Je bluffe, j'ai eu la flemme de faire la recherche bibliographique.)
- Réponse B : T'es con ! Ne t'inquiètes pas, j'en étais au même stade que toi avant d'écrire cette note.
- Réponse C : T'es con ! Tu devrais y réfléchir. Oui, mais à quoi ? Aux deux pardi !
- Réponse D : Tu m'impressionnes, surtout si tu n'es pas spécialisé en théorie de la complexité. Vérifie quand même la réponse Euh.
- Réponse Euh : Là, ça devient intéressant. Lis les paragraphes qui suivent. Initialement, je ne voyais pas trop ce qu'il fallait expliquer ici mais j'y ai réfléchi et j'ai noté effectivement quelques difficultés.

Partir d'un modèle de calcul pour obtenir un problème est un raisonnement implicite relativement standard. Pour prendre un exemple, c'est cette idée qu'on applique quand on prend comme problème NC1-complet l'évaluation des circuits booléens de profondeur logarithmique par une machine de Turing.

Dans l'autre sens, c'est un peu plus complexe. Si tu prends un problème quelconque, tu n'as pas de notion d'opération élémentaire de calcul. Tu n'as pas de complexité en temps évidente, etc. Ton modèle est une boîte noire. Tu trouves ça scandaleux ? C'est à peu près le principe des machines de Turing avec oracle. Sauf que la machine de Turing s'éteint après un seul appel à l'oracle. Du coup, on perd les analogies entre modèle de calcul informatique, c'est à dire logique, et réalisation matérielle d'un modèle de calcul.

Est-ce que c'est grave ? Pour la « computer science » peut-être, pour la logique non. Rien n'oblige à avoir des notions de temps, d'espace, d'énergie... On pourrait envisager de n'avoir qu'une formulation logique de la complexité : c'est déjà le cas avec la complexité descriptive mais celle-ci n'est pas quantitative. Du coup, on pourrait avoir une complexité logique (si possible quantitative) et combinatoire (cf. ma thèse), telle que les complexités de type physique apparaissent par calcul dans certains modèles à partir de ces complexités premières.

Laurent Lyaudet

PS : Sauf si tu as répondu A et encore, j'espère que tu es entre parenthèses. Poses-toi la question suivante : comment peux-tu faire un grand chercheur ou un bon enseignant si tu n'es pas capable d'extraire les vérités simples et significatives de ton domaine pour les transmettre aux autres ?