

Some uses of asymptotic notations considered harmful

Laurent Lyaudet*

24 novembre 2025

Version initiale : 2025/09/12 Version courante : 2025/11/24

Mots-clés : Notations asymptotiques, snobisme XD

Le titre de cette note est un cliché humoristique. Son contenu est fait de remarques sur les usages des notations asymptotiques. Mais j'espère que mon essai d'analyse depuis des années pour séparer les mauvais usages des bons usages sera pris au sérieux, même par ceux qui ont déjà lu Meyer (2002). Pour le moment, cette note porte principalement sur $O(\cdot)$ et, dans une moindre mesure, $\Omega(\cdot)$.

Commençons par ce que je considère comme de bons usages : en science et en informatique, il faut savoir rester humble ; les ordinateurs n'utilisent pas toujours le même nombre de cycles pour exécuter une instruction ; avec les mécanismes de cache, même deux instructions identiques peuvent prendre un temps différent. Donc analyser un algorithme en donnant un temps d'exécution sans notation asymptotique serait une forme de supercherie. De même, pour les automates cellulaires, il y a des théorèmes d'accélération en augmentant le nombre d'états et la taille du voisinage. Pour l'utilisation mémoire, ça peut dépendre de la taille des pages, des mots, etc.

Mais, en informatique théorique et en mathématiques discrètes, beaucoup de résultats sont publiés avec des notations asymptotiques pour des structures combinatoires et leurs propriétés et non pour des algorithmes. Pour une fonction qui évalue une propriété d'une famille de structures combinatoires, les notations asymptotiques cachent une partie importante de la réalité. Il semble parfois justifié d'avoir des notations asymptotiques en introduction ou en conclusion d'un article. Mais c'est nuisible de ne pas donner les vraies constantes combinatoires en plus de la notation asymptotique dans l'énoncé des lemmes, des propositions, des théorèmes et des corollaires. Pourquoi nuisible ?

- Ça rend les chercheurs paresseux et maladroits avec les calculs.
- Ça favorise des idées de preuve plutôt que des vraies preuves. J'aime bien les idées de preuves, mais seulement en résumé avant la vraie preuve, quand on ne parle pas de résultats très simples.
- C'est une forme de snobisme pour faire "vrai" chercheur et suivre le sens du courant. Cela peut cacher un sentiment de supériorité : "Je ne donne pas les constantes aux simples mortels, ils ne les comprendraient pas." (I'm looking at you, stupid anonymous referee... XD).

*<https://lyaudet.eu/laurent/>, laurent.lyaudet@gmail.com

- Ça empêche de connaître le meilleur résultat obtenu par les auteurs de l'article. Et donc ça empêche aussi de publier des améliorations.
- Cela favorise une science “culture générale” pour les personnes avec une bonne mémoire, au détriment d’une science “compétence” pour ceux qui se fatiguent à améliorer jusque dans les détails.

Donc, écrire $O(n)$ quand il suffit de réfléchir 2 secondes pour voir que c’est $2 \times n - 3$, ça ne sert à rien. Donner directement la valeur exacte évite ce snobisme. Et même si après cela sert au temps de calcul d’un algorithme, il est totalement valide d’écrire $O(2 \times n - 3)$, pour expliciter au moins les constantes qui sont de nature combinatoire. Cela permet des comparaisons plus fines.

Un ami m’a répondu sur une première version de cette note : « Bonjour Laurent, je suis d’accord sur certains points, en particulier sur “le O empêche de publier des améliorations”. C’est particulièrement ennuyeux quand le O apparaît (tu vas être horrifié !) en exposant et pas seulement comme constante multiplicative. ». En effet, j’ai déjà vu plusieurs fois $n^{O(1)}$ pour dire polynomial. Je trouve ça ridicule. Je ne sais pas si c’est pour gagner un demi-centimètre de texte ou pour faire son intéressant, mais ce genre d’astuce ne me donne pas envie d’applaudir... XD

Références

E. A. Meyer. “Considered harmful” essays considered harmful. <https://meyerweb.com/eric/comment/chech.html>, 2002.

Archive

FR V1 2025/11/24 cette version :

https://lyaudet.eu/laurent/Publi/Journaux/LL2025Asymptotic/LL2025Asymptotic_fr_v1.pdf

EN V1 2025/11/24 :

https://lyaudet.eu/laurent/Publi/Journaux/LL2025Asymptotic/LL2025Asymptotic_en_v1.pdf